

Prof. Enlio Cariaga.
Punta.

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE TEMUCO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPTO. DE CS. MATEMÁTICAS Y FÍSICAS

Asignatura : Algebra en Contexto, EIP 1101.
Profesores : E.Cariaga, E.San Martín, S.Yáñez, O.Venegas.
Periodo : 1er. Semestre 2011.

PRUEBA 1
Lunes 11 de Marzo.

1. Simplifique al máximo la expresión algebraica E , en donde n es un número natural arbitrario:

$$E := \frac{a^2 + a - 2}{a^{n+1} - 3a^n} \cdot \left[\frac{(a+2)^2 - a^2}{4a^2 - 4} - \frac{3}{a^2 - a} \right].$$

2. Resuelva la ecuación en x indicando todas las restricciones asociadas:

$$\frac{x+6}{x-1} - \frac{x^2+17}{x^2+x+1} = \frac{x+36}{x^3-1} - \frac{x+1}{x^2+x+1}.$$

3. Simplifique al máximo la expresión A :

$$A := \left(\frac{\sqrt[6]{32}}{2\sqrt{2}-2} \right)^3 - \left[\frac{6+5\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-2} - \frac{1}{2} \cdot (2+\sqrt{2})^2 \right].$$

4. Considere los números complejos: $z_1 = 1+i$, y $z_2 = 1-3i$, con $i^2 = -1$. Se pide expresar en Forma Binomia el número complejo:

$$z := \frac{i \cdot \overline{z_1}}{z_2 - i}.$$

5. Considere un trozo rectangular de *cartón blanco* que posee 24 cm de largo, y 12 cm de ancho, sobre el cual se *imprime una imagen* también rectangular cuya *área corresponde a la mitad del área del cartón blanco*. Note que la *impresión* es tal que los lados de ambos rectángulos son paralelos entre sí. Si m denota el **margin** entre ambos rectángulos se puede deducir que: $(24-2m) \cdot (12-2m) = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 12$. Se pide calcular el valor m del **margin** resolviendo la ecuación dada.

Instrucciones:

1. Cada pregunta posee 12 puntos. Se requieren 30 puntos como mínimo para un 4,0.
2. Tiempo: 8:30 a 10:20.
3. Se permite el uso de la calculadora. Se prohíbe su intercambio.
4. Respuestas sin su respectivo desarrollo o argumentación no recibirán puntaje.
5. Debe justificar detalladamente cada aseveración realizada en sus desarrollos.

PRUEBA L.

ALGEBRA EN CONTEXTO.

II/ABMIL/2011.

PROBLEMA L.

$$\frac{a^2+a-2}{a^{m+1}-3a^m} \cdot \left[\frac{(a+2)^2-a^2}{4a^2-4} - \frac{3}{a^2-a} \right] =$$

$$\frac{(a-1)(a+2)}{a^m \cdot (a-3)} \cdot \left[\frac{[(a+2)+a][(a+2)-a]}{4(a+1)(a-1)} - \frac{3}{a(a-1)} \right] =$$

$$\frac{(a-1) \cdot (a+2)}{a^m \cdot (a-3)} \cdot \left[\frac{2 \cdot (a+1) \cdot 2}{4 \cdot (a+1) \cdot (a-1)} - \frac{3}{a \cdot (a-1)} \right] =$$

$$\frac{(a-1) \cdot (a+2)}{a^m \cdot (a-3)} \cdot \left[\frac{1}{a-1} - \frac{3}{a \cdot (a-1)} \right] =$$

$$\frac{(a-1) \cdot (a+2)}{a^m \cdot (a-3)} \cdot \left[\frac{a-3 \cdot 1}{a \cdot (a-1)} \right] =$$

$$\frac{a+2}{a^{m+1}}$$

①

PROBLEMA 2.

$$\frac{x+6}{x-1} - \frac{x^2+17}{x^2+x+1} = \frac{x+36}{x^3-1} - \frac{x+1}{x^2+x+1}$$

$$\frac{(x+6)(x^2+x+1) - (x^2+17)(x-1)}{(x-1) \cdot (x^2+x+1)} = \frac{x+36 - (x+1)(x-1)}{x^3-1}$$

$$(x^3 + x^2 + x + 6x^2 + 6x + 6) - (x^3 - x^2 + 17x - 17) = x + 36 - (x^2 - 1)$$

$$8x^2 - 10x + 23 = x + 36 - x^2 + 1$$

$$9x^2 - 11x - 14 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{(11)^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-14)}}{2 \cdot 9}$$

$$= \frac{11 \pm 625}{18} \quad \begin{cases} x_1 = \frac{11+25}{18} = 2 \\ x_2 = \frac{11-25}{18} = -7/9 \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{11+25}{18} = 2 \\ x_2 = \frac{11-25}{18} = -7/9$$

(2)

PROBLEMA 3.

$$\left(\frac{\sqrt[6]{32}}{2\sqrt{2}-2} \right)^3 - \left[\frac{6+5\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-2} - \frac{1}{2} \cdot (2+\sqrt{2})^2 \right] =$$

$$\frac{(\sqrt[6]{32})^3}{[2(\sqrt{2}-1)]^3} - \frac{6+5\sqrt{2}}{2(\sqrt{2}-1)} + \frac{1}{2} (4+4\sqrt{2}+2) =$$

$$\frac{\sqrt{32}}{2^3} \cdot \frac{(\sqrt{2}+1)^3}{(\sqrt{2}-1)^3 \cdot (\sqrt{2}+1)^3} - \frac{(6+5\sqrt{2})(\sqrt{2}+1)}{2 \cdot (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} + 3+2\sqrt{2} =$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{8} \cdot \frac{(\sqrt{8}+3(\sqrt{2})^2+3\sqrt{2}+1)}{(2-1)^3} - \frac{11\sqrt{2}+16}{2 \cdot (2-1)} + 3+2\sqrt{2} =$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{8} \cdot (7+5\sqrt{2}) - \frac{11\sqrt{2}+16}{2} + 3+2\sqrt{2} =$$

$$\frac{7\sqrt{2}}{2} + 5 - \frac{11\sqrt{2}}{2} - 8 + 3 + 2\sqrt{2} = 0$$

(3)

PROBLEMA 4

$$\frac{i \cdot \bar{z}_1}{z_2 - i} = \frac{i \cdot (1-i)}{(1-3i) - i} = \frac{i - i^2}{1-4i} = \dots$$

$$\dots = \frac{i+1}{1-4i} \cdot \frac{1+4i}{1+4i}$$

$$= \frac{i+1+4i^2+4i}{1^2+4^2}$$

$$= \frac{5i+1-4}{17}$$

$$= \frac{5i-3}{17}$$

$$= -\frac{3}{17} + \frac{5}{17} \cdot i$$

(4)

PROBLEMA 5

$$(24-2m) \cdot (12-2m) = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 12$$

$$288 - 48m - 24m + 4m^2 = 144$$

$$m^2 - 18m + 36 = 0$$

$$m_{1,2} = \frac{-(-18) \pm \sqrt{(-18)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{18 \pm 6\sqrt{5}}{2}$$

$$= 9 \pm 3\sqrt{5}$$

$$m_1 = 9 + 3\sqrt{5} \approx 15,708.$$

$$m_2 = 9 - 3\sqrt{5} \approx 2,291.$$

Sólo tiene sentido físico $m_2 \approx 2,291$.

Se descarta m_1 por no ser coherente con los datos del enunciado.



(5)